

2. Übungsblatt zur Vorlesung  
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2023

Aufgabe 5

Bei 6 aufeinanderfolgenden Tankvorgängen hat ein Autofahrer die Angaben für die seit der letzten Betankung gefahrenen Kilometer sowie den durchschnittlichen Verbrauch (in Litern pro 100 Kilometer) aus dem Bordcomputer seines PKWs wie folgt notiert:

Tankvorgang	1	2	3	4	5	6
gefahrte Strecke [km]	612	672	772	561	770	783
Durchschnittsverbrauch [l/100 km]	7.8	7.8	6.6	6.9	6.9	7.9

- (a) Berechnen Sie den zugehörigen durchschnittlichen Verbrauch des Fahrzeugs.  
(b) Um welche Art von Mittelwert handelt es sich?

Aufgabe 6

Zu einem kardinalskalierten Merkmal sei die folgende (zur einfacheren Bearbeitung der Aufgabe bereits sortierte) Urliste der Länge  $n = 50$  gegeben:

5.30, 7.10, 7.49, 8.53, 8.91, 10.06, 11.78, 12.05, 13.16, 13.37, 13.64, 13.87, 14.19, 15.82, 16.20, 16.47, 17.58, 17.83, 18.68, 19.03, 19.46, 19.67, 20.51, 21.93, 23.23, 24.23, 25.41, 27.09, 27.31, 27.93, 28.19, 31.90, 33.40, 33.52, 33.62, 33.76, 34.25, 36.25, 41.23, 41.35, 45.46, 45.96, 46.32, 47.64, 48.49, 53.42, 55.36, 61.36, 68.54, 71.32

- (a) Führen Sie eine Klassierung der erhobenen Daten auf Grundlage der Klassen

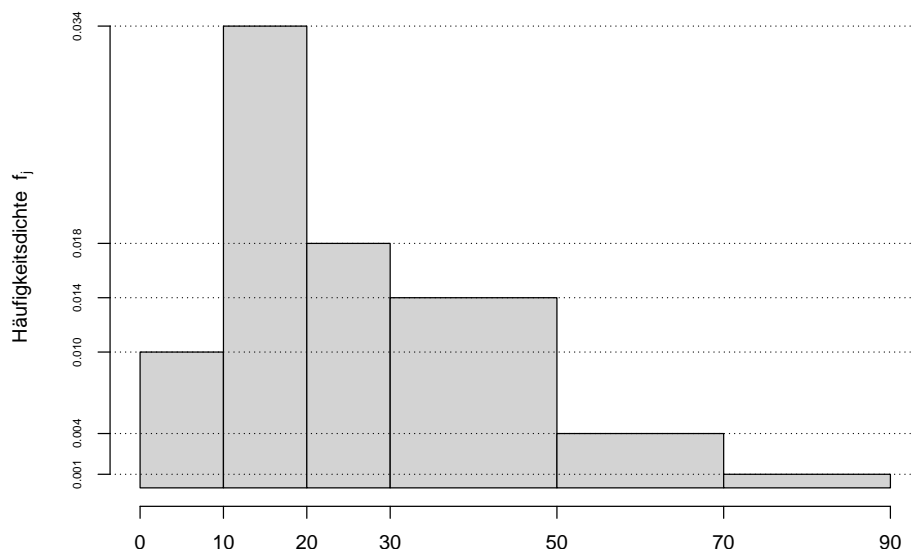
$$K_1 = (0, 8], K_2 = (8, 16], K_3 = (16, 24], K_4 = (24, 32], K_5 = (32, 40], K_6 = (40, 50], \\ K_7 = (50, 65], K_8 = (65, 80]$$

durch. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.

- (b) Zeichnen Sie das zugehörige Histogramm.  
(c) Berechnen Sie aus den klassierten Daten den (approximativen) arithmetischen Mittelwert der Daten. Wie groß ist die relative Abweichung vom tatsächlichen (aus der Urliste bestimmten) Mittelwert von 27.783?  
(d) Stellen Sie die (approximative) empirische Verteilungsfunktion des Merkmals aus der Klassierung der Daten auf.  
(e) Bestimmen Sie (aus der Urliste) die Anzahl von Merkmalswerten zwischen 20 und 40. Welche Näherung für diese Anzahl können Sie aus der in Teil (d) aufgestellten empirischen Verteilungsfunktion berechnen?

### Aufgabe 7

Gegeben sei das folgende Histogramm zur Klassierung einer Urliste der Länge  $n = 50$ :



- Rekonstruieren Sie die Klassierung der Daten aus dem Histogramm. Geben Sie insbesondere die jeweiligen Klassenbreiten, Klassenmitten, absoluten und relativen Klassenhäufigkeiten, Häufigkeitsdichten sowie die Werte der empirischen Verteilungsfunktion an den Klassengrenzen an.
- Wie viele Merkmalswerte sind größer als 20, aber nicht größer als 50? Können Sie die Anzahl exakt angeben?
- Wie groß ist der (näherungsweise zu bestimmende) Anteil der Merkmalswerte, die zwischen 8 und 30 liegen?

### Aufgabe 8

Gegeben sei die folgende Häufigkeitsverteilung eines statistischen Merkmals:

$a_j$	3	4	5	$\Sigma$
$h(a_j)$	4	3	3	10
$r(a_j)$	0.4	0.3	0.3	1

Geben Sie den (die) Modalwert(e) sowie den Median an und berechnen Sie den arithmetischen, geometrischen und harmonischen Mittelwert.

### Aufgabe 9

Zeigen Sie: Für das arithmetische Mittel  $\bar{x}$  eines Merkmals  $X$  mit den  $n$  Merkmalswerten  $x_1, \dots, x_n$  gilt:

(a) 
$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

(b) 
$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - t)^2 \text{ für alle } t \in \mathbb{R}$$