

13. Übungsblatt zur Vorlesung
Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2023

Aufgabe 59

Eine Bank hat 3 Filialen in einer Stadt. Die Anzahl der Kunden, die die Filialen pro Stunde betreten sei poissonverteilt mit den Parametern $\lambda_1 = 2$ für die erste Filiale, $\lambda_2 = 1$ für die zweite Filiale und $\lambda_3 = 1$ für die dritte Filiale. Die Ankünfte der Kunden seien unabhängig voneinander. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb einer Stunde insgesamt

- (a) genau 2 Kunden,
- (b) höchstens 1 Kunde,
- (c) mehr als 2 Kunden

die drei Filialen betreten?

Aufgabe 60

In einer Zigarettenfabrik verpackt ein Automat jeweils 18 Zigaretten in eine Schachtel. Das Gewicht X_i einer Zigarette ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu_{X_i} = 1$ [g] und der Standardabweichung $\sigma_{X_i} = 0.01$ [g], $i = 1, \dots, 18$. Das Gewicht Y der Schachtel ist ebenfalls normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu_Y = 10$ [g] und der Varianz $\sigma_Y^2 = 0.0082$ [g²]. Ferner seien die Gewichte X_i der einzelnen Zigaretten untereinander und vom Gewicht Y der Schachtel unabhängig.

- (a) Wie groß ist das durchschnittliche Gesamtgewicht und die Standardabweichung einer gefüllten Zigaretenschachtel?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Gesamtgewicht einer gefüllten Zigaretenschachtel zwischen 27.8 [g] und 28.2 [g] liegt?
- (c) Geben Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Bereich an, in dem das Gesamtgewicht einer gefüllten Zigaretenschachtel mit 95% Wahrscheinlichkeit liegt.

Aufgabe 61

Ein Sportschütze trifft bei jedem Schuss unabhängig von den vorangegangenen Schüssen mit Wahrscheinlichkeit $p = 0.8$ die Zielscheibe. Bei einem Wettbewerb gibt er insgesamt 400 Schüsse ab.

- (a) Wie ist die Anzahl Y der Treffer auf die Zielscheibe (exakt) verteilt?
- (b) Verwenden Sie einen geeigneten Grenzwertsatz, um die Wahrscheinlichkeit, mit der mehr als 330 Treffer erreicht werden, näherungsweise zu berechnen.
- (c) Verwenden Sie einen geeigneten Grenzwertsatz, um näherungsweise die kleinste **natürliche Zahl** k zu bestimmen, so dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% die Anzahl Y der erzielten Treffer im Intervall $[320 - k; 320 + k]$ liegt.

Aufgabe 62

In einem Hotel mit 400 Zimmern können Zimmerreservierungen bis zum Anreisetag kostenlos storniert werden. Man weiß aus Erfahrung, dass im Mittel 15% der reservierten Zimmer tatsächlich kurzfristig storniert werden. Um die Zahl der freien Zimmer möglichst gering zu halten, nimmt das Hotel daher mehr Zimmerreservierungen an als Zimmer im Hotel vorhanden sind.

- (a) Wie ist die Anzahl Y der tatsächlich wegen Reservierungen benötigten (also nicht stornierten) Zimmer verteilt, wenn insgesamt 450 Zimmerreservierungen angenommen wurden und davon ausgegangen werden kann, dass das Stornierungsverhalten der Hotelgäste voneinander unabhängig ist?
- (b) Berechnen Sie unter Verwendung des zentralen Grenzwertsatzes die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei 450 angenommenen Reservierungen genügend Zimmer zur Verfügung stehen, um alle Hotelgäste, die reserviert und nicht storniert haben, auch im Hotel unterzubringen.
- (c) Verwenden Sie den zentralen Grenzwertsatz, um näherungsweise ein 0.95-Quantil der Anzahl in Anspruch genommener Zimmerreservierungen Y zu bestimmen.