

**Einige Ergebnisse zum 12. Übungsblatt zur Vorlesung
 Deskriptive Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung SS 2024**

Diese Ergebnisse sollen dazu dienen, bei einigen Aufgaben bereits vor Veröffentlichung der Online-Lösungen überprüfen zu können, ob man die Aufgabe richtig bearbeitet hat.

Aufgabe 55

(a) Tabelle inklusive Randverteilungen:

Y				
X	1	2	3	$p_{i\cdot}$
1	0.02	0.13	0.15	0.30
2	0.16	0.20	0.14	0.50
3	0.12	0.04	0.04	0.20
$p_{\cdot j}$	0.30	0.37	0.33	1

(b) Gesuchte Wahrscheinlichkeiten:

(i) $P\{1 \leq X \leq 2, 2 \leq Y \leq 3\} = 0.62$

(ii) $P\{X \leq 2\} = 0.8$

(iii) $P\{X > 2, Y < 3\} = 0.16$

(c)

x_i	$p_{X Y=1}(x_i)$	$p_{X Y=2}(x_i)$	$p_{X Y=3}(x_i)$
1	$\frac{1}{15}$	$\frac{13}{37}$	$\frac{15}{33}$
2	$\frac{8}{15}$	$\frac{20}{37}$	$\frac{14}{33}$
3	$\frac{6}{15}$	$\frac{4}{37}$	$\frac{4}{33}$
Σ	1	1	1

(d) *Nur ausführliche Lösung verfügbar.*

Aufgabe 56

(a) $E(X) = \frac{23}{12} = 1.91667, E(Y) = 4, \text{Var}(X) = \frac{83}{144} = 0.57639, \text{Var}(Y) = \frac{1}{2} = 0.5.$

(b) $\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{12} = 0.08333, \text{Korr}(X, Y) = 0.155.$

(c) $E(4X - 2Y + 3) = \frac{8}{3}, \text{Var}(4X - 2Y + 3) = \frac{89}{9}$

Aufgabe 57

(a) Randdichte f_X :

$$f_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} - x & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Randdichte f_Y :

$$f_Y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} + y & \text{für } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(b) *Nur ausführliche Lösung verfügbar.*

(c) Bedingte Dichtefunktion $f_{X|Y=y}$:

$$f_{X|Y=y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f_{X|Y=y}(x) = \frac{f_{(X,Y)}(x,y)}{f_Y(y)} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{y-x+1}{\frac{1}{2}+y} & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{array} \right\}, 0 \leq y \leq 1$$

(d) $E(X) = \frac{5}{12} = 0.41667$, $\text{Var}(X) = \frac{11}{144} = 0.07639$,

$E(Y) = \frac{7}{12} = 0.58333$, $\text{Var}(Y) = \frac{11}{144} = 0.07639$.

(e) $\text{Cov}(X, Y) = \frac{1}{144} = 0.00694$, $\text{Korr}(X, Y) = \frac{1}{11} = 0.09091$.

Aufgabe 58

(a) $-4 \leq \text{Cov}(X, Y) \leq 4$

(b) Mit $\text{Korr}(X, Y) = 0.5$ gilt:

(i) $\text{Cov}(4X, -2Y) = -16$

(ii) $E(4X - 2Y + 2) = 14$

(iii) $\text{Var}(4X - 2Y + 2) = 48$

(c) $E(4X^2 - 4Y^2) = 48$