

5. Übungsblatt zum Wiederholungskurs Schließende Statistik SS 2025

Aufgabe 20

Bei $n = 12$ Filialen eines großen Lebensmittelkonzerns wurde der Umsatz Y an einem bestimmten Tag registriert. Es ergaben sich die folgenden Werte (in Tausend Euro):

$$37.7, 39.4, 37.3, 42.2, 39.7, 37.4, 40, 40.5, 40.2, 38.4, 42, 39.8$$

Es werde angenommen, dass der Umsatz Y durch eine $N(\mu, 2^2)$ -verteilte Zufallsvariable beschrieben werden kann, und dass die obigen Werte Realisationen einer einfachen Stichprobe zu Y sind. Betrachten Sie den Test der Hypothese $H_0 : \mu = 40$ gegen die Alternative $H_1 : \mu \neq 40$.

- Berechnen Sie den p-Wert.
- Entscheiden Sie anhand des p-Wertes über Annahme bzw. Ablehnung von H_0 bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.05$.

Aufgabe 21

Aus einer früheren Befragung zum International Roaming in der EU sei bekannt, dass 75% der deutschen Mobilfunknutzer International Roaming im Jahr 2005 als überteuert einschätzten. Nach erfolgter Preisregulierung wurde 2010 eine erneute Befragung zu den Preisen für International Roaming in der EU durchgeführt. Bei einer rein zufälligen Auswahl von 100 deutschen Mobilfunknutzern gaben insgesamt 55 Personen an, dass Sie das aktuelle Preisniveau als zu hoch einschätzen.

Prüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ nach, ob sich der Anteil der deutschen Mobilfunknutzer, der International Roaming in der EU als überteuert ansieht, gegenüber 2005 vermindert hat.

Aufgabe 22

Eine überregionale Zeitung berichtete, dass das durchschnittliche monatliche verfügbare Einkommen Y eines Studenten 500 Euro beträgt. Das Studentenwerk führte daraufhin eine Stichprobenerhebung durch und erhielt aufgrund der gemessenen Werte x_i , $i = 1, \dots, 35$, folgende Werte:

$$\bar{x} = \frac{1}{35} \sum_{i=1}^{35} x_i = 486.525 \text{ €} \quad s = \sqrt{\frac{1}{34} \sum_{i=1}^{35} (x_i - \bar{x})^2} = 78.053 \text{ €} .$$

Es werde angenommen, dass das durchschnittliche monatliche verfügbare Einkommen Y eines Studenten als eine $N(\mu, \sigma^2)$ -verteilte Zufallsvariable angesehen werden kann und (X_1, \dots, X_{35}) eine einfache Stichprobe zu Y mit der Realisation (x_1, \dots, x_{35}) ist. Testen Sie zum Niveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass das durchschnittliche monatliche verfügbare Einkommen geringer als 500 Euro ist.

Aufgabe 23

Die Lebensdauer Y von Scheibenbremsen in einem Auto betrug durchschnittlich 50000 km. Nachdem bei den Bremsbelägen ein anderes Material verwendet wurde, rechnete man mit einer Erhöhung der Lebensdauer. Um dies zu prüfen, wurde bei 16 Autos die Lebensdauer der Scheibenbremsen festgestellt. Man erhielt bei diesen 16 Autos folgende Werte:

$$\bar{x} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} x_i = 53417.32 \text{ [km]}; \quad s = \sqrt{\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} = 9838.62 \text{ [km]} .$$

Es werde angenommen, dass die Lebensdauer Y als eine normalverteilte Zufallsvariable angesehen werden kann und (X_1, \dots, X_{16}) eine einfache Stichprobe zu Y mit den Realisationen (x_1, \dots, x_{16}) ist. Testen Sie zum Niveau $\alpha = 0.10$ die Hypothese, dass eine Erhöhung der Lebensdauer eingetreten ist.

Aufgabe 24

In einer Kaffeerösterei füllt eine Maschine gemahlene Kaffee in Packungen à 500 g ab. Die zufällige Füllmenge Y (in g) sei eine normalverteilte Zufallsvariable. Der Kundendienst wird damit beauftragt, bei der routinemäßigen Wartung die Maschine stets so einzustellen, dass für die Varianz der Füllmenge der Sollwert von $\sigma_0^2 = 36 \text{ [g}^2\text{]}$ eingehalten wird. Nach der Wartung kamen Zweifel auf, ob die Neueinstellung erfolgreich war. Eine einfache Stichprobe zu Y vom Umfang 25 ergab die Realisation $(x_1, x_2, \dots, x_{25})$. Aufgrund dieser Realisation erhielt man die folgenden Kennzahlen aus der Stichprobe:

- $\bar{x} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} x_i = 502.338 \text{ [g]}$
- $s^2 = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 64.159 \text{ [g}^2\text{]}$
- $\tilde{s}^2 = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} (x_i - 500)^2 = 67.058 \text{ [g}^2\text{]}$

- (a) Entscheiden Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob man von einer signifikanten Vergrößerung der Streuung nach der Neueinstellung sprechen kann, *wenn gesichert ist, dass der Erwartungswert der Verteilung der Abfüllmenge dem Sollwert 500 [g] entspricht*. Formulieren Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz.
- (b) Entscheiden Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob man von einer signifikanten Vergrößerung der Streuung nach der Neueinstellung sprechen kann, *wenn der Erwartungswert der Verteilung der Abfüllmenge als unbekannte Größe angenommen werden soll*. Formulieren Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz.