Wirtschaftswissenschaftliches Prüfungsamt

BACHELOR-PRÜFUNG
SCHLIESSENDE STATISTIK
WINTERSEMESTER 2013/14

Aufgabenstellung und Ergebnisse

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Kleben Sie bitte **sofort** Ihr Namensschild auf obige Markierung!
- Die Klausur besteht aus insgesamt 9 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 10 + 6 + 14 + 20 + 15 + 8 + 19) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t-Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–12 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t-Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben								
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	Σ
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
Σ								

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben +2 Punkte, falsche Antworten −1 Punkt, nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).
Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

		wahr	falsch
1.	Sei $X_1, \dots, X_n$ eine einfache Stichprobe vom Umfang n zu einer normalverteilten Zufallsvariablen Y. Dann gilt stets $\mathrm{Cov}(X_i, X_j) = 0$ für alle $i, j \in \{1, \dots, n\}$ mit $i \neq j$.	■	□
2.	Ist für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Schätzfunktion $\widehat{\theta}_n$ erwartungstreu für θ, dann ist die Familie $\widehat{\theta}_n$ von Schätzfunktionen stets konsistent im quadratischen Mittel für θ.	□	■
3.	Bei der Konstruktion von Konfidenzintervallen für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen bei bekannter Varianz wird angenommen, dass der unbekannte Erwartungswert μ normalverteilt ist.	□	■
4.	Bei einem rechtsseitigen Gauß-Test für den Mittelwert einer normalverteilten Zufallsvariablen bei bekannter Varianz zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$ muss der wahre Mittelwert μ den hypothetischen Wert μ_0 mindestens um $\alpha = 0.10$ überschreiten, damit eine signifikante Erhöhung vorliegt.	□	■
5.	Bei einem zweiseitigen Gauß-Test für den Mittelwert einer normalverteilten Zufallsvariablen bei bekannter Varianz ist (für ein festes $\mu \neq \mu_0$) die Fehlerwahrscheinlichkeit 2. Art umso kleiner, je größer der Stichprobenumfang n ist.	■	□
6.	Wenn bei einem statistischen Test zum Signifikanzniveau α die Testentscheidung gegen H_0 ausfällt, dann gilt H_1 mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - \alpha$.	□	■
7.	Liegt die Teststatistik T im kritischen Bereich eines Signifikanztests zum Signifikanzniveau α, so gilt für den p-Wert p zur Teststatistik T die Beziehung $p < \alpha$.	■	□
8.	Die Teststatistik F der einfachen Varianzanalyse kann als Quotient von zwei Größen verstanden werden, die bei Gültigkeit von H_0 beide sinnvolle Schätzer für die unbekannte Varianz σ^2 sind.	■	□

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben +3 Punkte, falsche Antworten −1 Punkt, nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).
Die Aufgabe wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet!

1. Bei einem Chi-Quadrat-Anpassungstest soll anhand einer einfachen Stichprobe vom Umfang 200 überprüft werden, ob die Grundgesamtheit exponentialverteilt ist. Nach Wahl einer geeigneten Klassierung aus 6 Klassen wird dazu zunächst der unbekannte Parameter der Exponentialverteilung durch eine ML-Schätzung aus den klassierten Daten ermittelt. Damit ist zur Konstruktion des Ablehnungsbereiches die folgende Verteilung zu verwenden:

   (a) χ^2-Verteilung mit 5 Freiheitsgraden ☐

   (b) χ^2-Verteilung mit 4 Freiheitsgraden ■

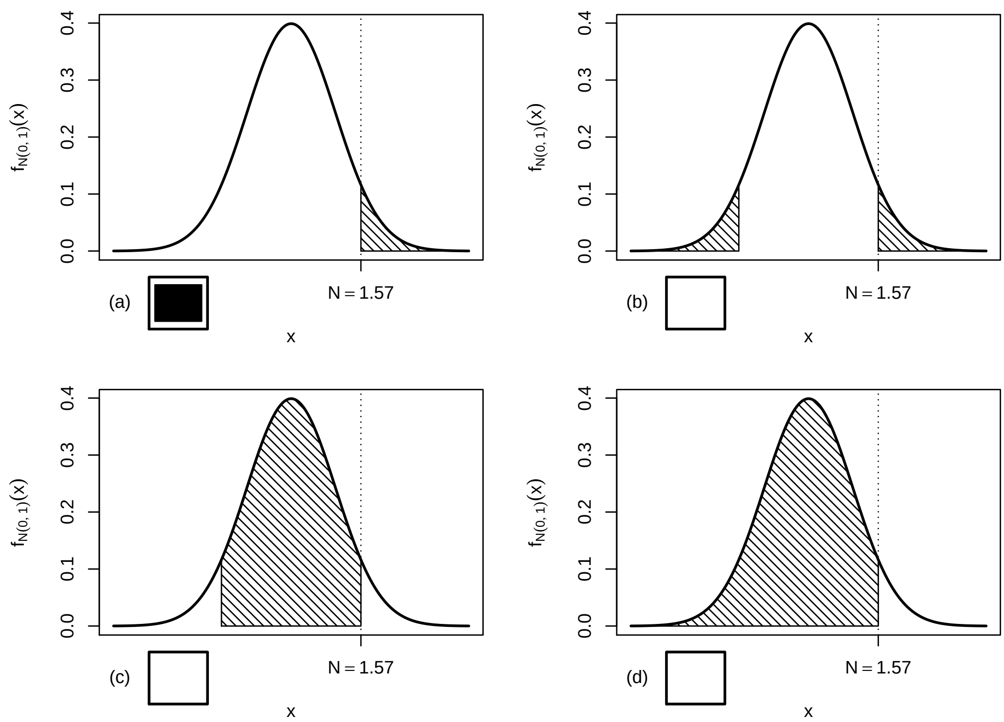
   (c) χ^2-Verteilung mit 199 Freiheitsgraden ☐

   (d) χ^2-Verteilung mit 198 Freiheitsgraden ☐

2. Sei $X_1, \ldots, X_{50}$ eine einfache Stichprobe zu einer $N(\mu, \sigma_0^2)$-verteilten Zufallsvariablen Y mit unbekanntem Parameter μ und bekanntem $\sigma_0^2 = 5^2$. Auf der Grundlage einer Stichprobenrealisation zu dieser einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 50$ soll

$$H_0 : \mu \leq \mu_0 = 30 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu > \mu_0 = 30$$

   mit einem Gauß-Test getestet werden. Als realisierte Teststatistik erhält man $N = 1.57$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p-Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 (für $\mu = \mu_0$) darstellt.

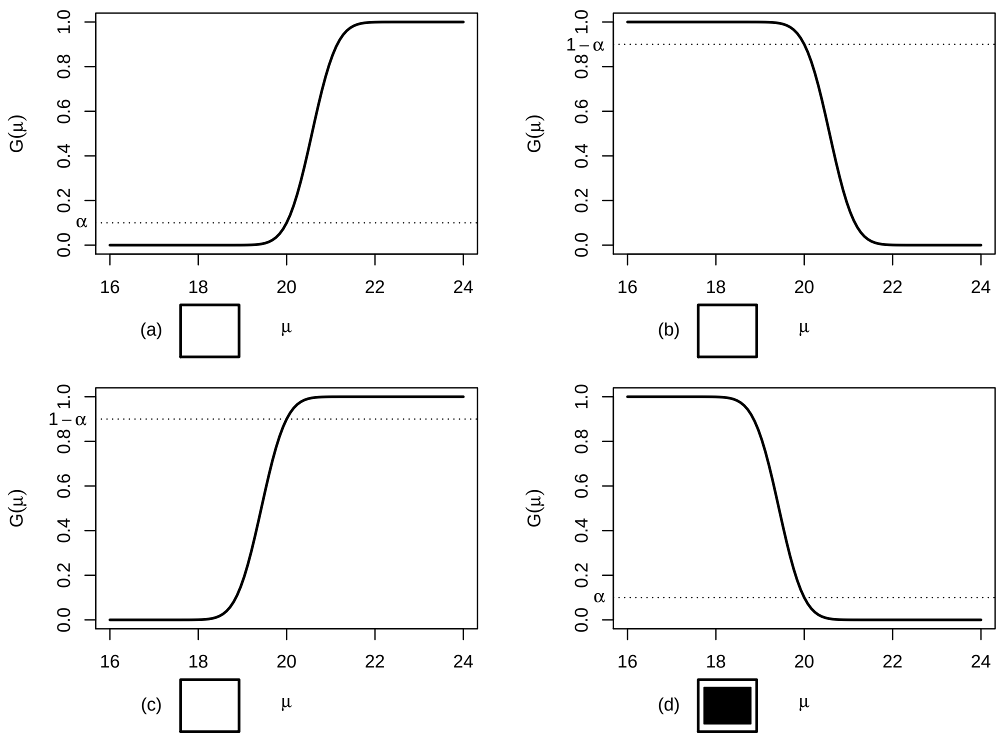


3. Ein grundlegendes Ziel bei der Konstruktion von statistischen Tests besteht darin, die Teststatistik so zu konstruieren, dass
   (a) die Verteilung der Teststatistik bei Gültigkeit von H_0 exakt mit der Verteilung der Teststatistik bei Gültigkeit von H_1 übereinstimmt.
   (b) die Verteilung der Teststatistik bei Gültigkeit von H_0 wenigstens für große Stichprobenumfänge näherungsweise mit der Verteilung der Teststatistik bei Gültigkeit von H_1 übereinstimmt.
   (c) sich die Verteilungen der Teststatistik bei Gültigkeit von H_0 möglichst wenig von den Verteilungen der Teststatistik bei Gültigkeit von H_1 unterscheiden.
   (d) sich die Verteilungen der Teststatistik bei Gültigkeit von H_0 möglichst deutlich von den Verteilungen der Teststatistik bei Gültigkeit von H_1 unterscheiden.

4. Auf der Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_{20}$ vom Umfang $n = 20$ zu einer $N(\mu, 2^2)$-verteilten Zufallsvariablen wird ein Gauß-Test zur Überprüfung der Hypothesen

$$H_0 : \mu \geq 20 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu < 20$$

bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ betrachtet.
Markieren Sie die Abbildung, welche die Gütefunktion des oben genannten Tests korrekt darstellt.



Aufgabe 3 (3 + 1 + 6 = 10 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekannten Parameters $a > 0$ durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_Y(y|a) = \begin{cases} \frac{3}{8} \cdot a^{-3} \cdot y^2 & \text{für } 0 \leq y \leq 2 \cdot a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter a soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ vom Umfang n geschätzt werden.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{E}(Y) = \frac{3}{2} \cdot a$ gilt.

(b) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{a}_{MM}$ nach der Methode der Momente.

(c) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{a}_{ML}$ nach der Maximum-Likelihood-Methode.

Hinweise:

- *Beachten Sie, dass Sie die Teile (b) und (c) auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.*
- *Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss* **nicht** *überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.*

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Nachweis durch Berechnung des Erwartungswerts

(b) $\widehat{a}_{MM} = \frac{2}{3} \cdot \overline{x}$

(c) $\widehat{a}_{ML} = \frac{1}{2} \cdot \max\{x_1, \ldots, x_n\}$

Aufgabe 4 (2 + 4 = 6 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekannten Parameters $\lambda > 0$ eine stetige Gleichverteilung auf dem Intervall $\left[-\sqrt{\lambda}, \sqrt{\lambda}\right]$. Der Parameter λ soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ vom Umfang n geschätzt werden.

(a) Bekanntlich haben auf dem Intervall $[a, b]$ (mit $a < b$) stetig gleichverteilte Zufallsvariablen den Erwartungswert $\frac{a+b}{2}$ sowie die Varianz $\frac{(b-a)^2}{12}$. Bestimmen Sie damit den Erwartungswert und die Varianz von Y in Abhängigkeit des unbekannten Parameters λ.

(b) Überprüfen Sie mit Hilfe von Teil (a), ob

$$\widehat{\lambda} := 3 \cdot \overline{X^2} = \frac{3}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i^2$$

erwartungstreu für λ ist.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\mathrm{E}(Y) = 0$, $\mathrm{Var}(Y) = \frac{\lambda}{3}$

(b) $\widehat{\lambda}$ ist erwartungstreu für λ.

Aufgabe 5 (7 + 4 + 3 = 14 Punkte)

Bei der Abfüllung von Milchpulver weiß der Hersteller aus langjähriger Erfahrung, dass die verwendete Maschine eine Standardabweichung von $3[g]$ für die abgefüllte Menge hat. Nach einer routinemäßigen Überprüfung hat der Hersteller den Verdacht, dass die Abfüllanlage im Mittel weniger als die auf dem Produkt ausgezeichneten $800[g]$ in die Dosen einfüllt. Dies soll mit einem statistischen Test überprüft werden. Hierzu werden der Produktion 25 Dosen entnommen, deren gemessene Füllmengen $x_1, \ldots, x_{25}$ als Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang 25 zur annahmegemäß $N(\mu, 3^2[g^2])$-verteilten Abfüllmenge betrachtet werden können. Als Stichprobenmittelwert ergibt sich dabei

$$\overline{x} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} x_i = 798.676[g] \ .$$

(a) Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob der Verdacht der Herstellerfirma bestätigt werden kann. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art, falls $\mu = 798[g]$ beträgt?

(c) Geben Sie auf Basis der Stichprobenrealisation ein zweiseitiges Konfidenzintervall für die mittlere Abfüllmenge zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.99$(!) an.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $N = -2.207 \in (-\infty, -1.645) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test bestätigt also den Verdacht der Herstellerfirma, dass die von der Maschine abgefüllte Menge im Mittel zu niedrig ist.

(b) $\beta(798) = 0.0455$

(c) Realisiertes symm. Konfidenzintervall zum Konf.-niveau $1-\alpha = 0.99$: $[797.13, 800.222]$

Aufgabe 6 (11 + 9 = 20 Punkte)

Um zu überprüfen, ob die mittlere Reichweite eines bestimmten Fahrzeugtyps davon abhängt, ob das Fahrzeug mit (gewöhnlichem) Super-Kraftstoff oder mit E10-Kraftstoff betrieben wird, lässt ein Hersteller 8 Testfahrer ein mit gleichbleibender Menge von zunächst Super-, dann E10-Kraftstoff betanktes Fahrzeug auf einer Teststrecke fahren, bis der Tank jeweils vollständig entleert ist. Dabei wurden die folgenden Reichweiten (in km) gemessen:

Testfahrer i	1	2	3	4	5	6	7	8
Testfahrt mit Super x_i^A	194	202	192	216	203	192	205	207
Testfahrt mit E10 x_i^B	196	189	205	199	187	169	204	193

(a) Überprüfen Sie unter der Annahme, dass die gemessenen Reichweitenpaare aus einer einfachen Stichprobe zur zweidimensional normalverteilten Grundgesamtheit (Y^A, Y^B) der Reichweiten mit Super (Y^A) bzw. E10 (Y^B) stammen, zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ die Hypothese, dass die Verwendung von Super-Kraftstoff im Vergleich zu E10-Kraftstoff durchschnittlich eine höhere Reichweite liefert. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Nehmen Sie nun an, dass durch eine grobe Unachtsamkeit bei der Datenerhebung die Zuordnung der einzelnen Reichweiten zu den jeweiligen Testfahrern verloren gegangen ist. Um die Situation zu retten, nehme man weiter an, dass mit $X_1^A, \ldots, X_8^A$ und $X_1^B, \ldots, X_8^B$ nun zwei unabhängige einfache Stichproben zu den beiden (normalverteilten) Zufallsvariablen Y^A und Y^B vorliegen. Testen Sie unter der Annahme der Varianzgleichheit von Y^A und Y^B zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ auf dieser Basis die Hypothese, dass die Verwendung von Super-Kraftstoff im Vergleich zu E10-Kraftstoff eine höhere Reichweite liefert. Verwenden Sie hierzu die Stichprobenmittelwerte $\overline{x^A} = 201.38$ bzw. $\overline{x^B} = 192.75$ sowie die Stichprobenvarianzen $s^2_{Y^A} = 70.27$ bzw. $s^2_{Y^B} = 133.93$. Fassen Sie das Ergebnis des Tests auch in einem Antwortsatz zusammen.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $t = 2.0231 \in (1.895, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test kann also die Vermutung, dass die Verwendung von Super-Kraftstoff im Vergleich zu E10-Kraftstoff eine höhere Reichweite liefert, bestätigen.

(b) $t = 1.707 \notin (1.761, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test kann also die Vermutung, dass die Verwendung von Super-Kraftstoff im Vergleich zu E10-Kraftstoff eine höhere Reichweite liefert, nicht bestätigen.

Aufgabe 7 (10 + 3 + 2 = 15 Punkte)

In einer bekannten Quiz-Show werden einem Kandidaten nacheinander mehrere Fragen sowie zu jeder Frage jeweils vier Antwortmöglichkeiten mit den Bezeichnungen „A“, „B“, „C“ und „D“ präsentiert, von denen genau eine richtig ist. Der Kandidat kann zu seiner Unterstützung bei einer Frage seiner Wahl den sogenannten „Publikums-Joker“ einsetzen. Hierbei haben die Zuschauer im Fernsehstudio ebenfalls die Gelegenheit, sich für eine der vier Antworten zu entscheiden, sie können sich aber auch enthalten. Dem Kandidaten werden anschließend die relativen Häufigkeiten der abgegebenen Zuschauerantworten präsentiert.
In einer bestimmten Ausgabe der Show erhält der Kandidat das folgende Ergebnis:

Antwort	A	B	C	D
Anteil in Prozent	34	16	20	30

Der Kandidat ist sich unsicher, ob er bei diesem Ergebnis davon ausgehen soll, dass sich die teilnehmenden Zuschauer unabhängig voneinander rein zufällig für eine der vier Antworten entschieden haben, oder eher davon, dass ein gewisses „Wissen“ im Publikum vorhanden ist.

(a) Der Show-Master teilt dem Kandidaten mit, dass sich genau 150 Zuschauer an der Abstimmung beteiligt haben. Überprüfen Sie unter der Annahme, dass sich die abgegebenen Zuschauerstimmen als einfache Stichprobe auffassen lassen, mit einem geeigneten statistischen Test, ob sich die beteiligten Zuschauer rein zufällig für eine der vier Antworten entschieden haben oder nicht (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$).

(b) Würde sich das Ergebnis des Tests aus Teil (a) ändern, wenn nur 50 Zuschauer an der Abstimmung teilgenommen hätten? Begründen Sie Ihre Antwort! (*Beachten Sie, dass Sie den Test nicht komplett neu durchführen müssen und insbesondere die realisierte Teststatistik relativ leicht aus dem Ergebnis des vorherigen Aufgabenteils gewinnen können!*)

(c) Welche Anzahl an der Abstimmung beteiligter Zuschauer müsste der Show-Master mindestens nennen, um nach dem in den Teilen (a) und (b) verwendeten Test davon auszugehen, dass sich die beteiligten Zuschauer *nicht* rein zufällig für eine der vier Antwortmöglichkeiten entschieden haben?

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit p-Quantilen von $\chi^2(n)$-Verteilungen:

$n\backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	0.455	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.051	0.103	1.386	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.216	0.352	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.484	0.711	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	0.831	1.145	4.351	9.236	11.070	12.833	15.086

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\chi^2 = 12.72 \in (7.815, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test kommt also zum Ergebnis, dass sich die teilnehmenden Zuschauer nicht rein zufällig für eine der vier Antwortmöglichkeiten entschieden haben.

(b) $\chi^2 = 4.24 \notin (7.815, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test kommt nun zum Ergebnis, dass sich die teilnehmenden Zuschauer rein zufällig für eine der vier Antwortmöglichkeiten entschieden haben.

(c) Es müssen sich mindestens 93 Zuschauer an der Abstimmung beteiligt haben.

Aufgabe 8 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 = 8 Punkte)

Zur Erklärung der Verbrechensrate y_i (in Verbrechen pro 100 000 Einwohner) durch die Armutsrate x_i (in Prozent) unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2),\ i \in \{1, \ldots, n\}$$

Aus vorliegenden Daten zu Gemeinden aus dem Bundesstaat Pennsylvania wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-153.44  -79.87  -21.91   59.04  421.56 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)   
(Intercept)  109.939     39.893   2.756  0.00934 **
x              5.000      2.651   1.886  0.06780 . 
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 121.5 on 34 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.09475,       Adjusted R-squared:  0.06813 
F-statistic: 3.559 on 1 and 34 DF,  p-value: 0.0678
```

(a) Wie viele Gemeinden gingen in die Schätzung ein?

(b) Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.

(c) Geben Sie den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(d) Welcher Anteil der Gesamtvarianz der Verbrechensrate wird durch das lineare Modell erklärt?

(e) Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p-Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob β_2 signifikant positiv ist.

(f) Geben Sie ein Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für β_1 an.

(g) Welche Verbechensrate (in Verbrechen pro 100 000 Einwohner) prognostiziert das Modell für eine Gemeinde mit einem Armutsanteil von 15 (in Prozent)?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $n = 36$

(b) $\widehat{\beta}_1 = 109.939$, $\widehat{\beta}_2 = 5$

(c) $\widehat{\sigma^2} = 14762.25$

(d) 0.09475

(e) β_2 ist signifikant positiv.

(f) $[28.8684, 191.0096]$

(g) $\widehat{y}_0 = 184.939$

Aufgabe 9 (6 + 2 + 3 + 5 + 3 = 19 Punkte)

Zur Schätzung eines einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \ldots, n\}$$

aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 20$ wurden bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\sum_{i=1}^{20} y_i = 102.329; \quad \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 926.254; \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 95.564;$$

$$\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 497.928; \quad \sum_{i=1}^{20} x_i \cdot y_i = 373.786; \quad \sum_{i=1}^{20} \widehat{y}_i^2 = 844.698;$$

(a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.

(b) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(c) Berechnen Sie $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1}$ und $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2}$.

(d) Überprüfen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob β_2 signifikant negativ ist. Fassen Sie das Ergebnis auch in einem Antwortsatz zusammen.

(e) Geben Sie ein symmetrisches Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.99$ für β_1 an.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = 18.418$, $\widehat{\beta}_2 = -2.784$

(b) $\widehat{\sigma}^2 = 4.576$

(c) $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1} = 2.756$, $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2} = 0.1107$

(d) $t = -8.368 \in (-\infty, -1.734) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

β_2 ist also signifikant negativ.

(e) $[13.641, 23.195]$