Aufgabenstellung und Ergebnisse zur

Bachelor-Prüfung
Schliessende Statistik
Wintersemester 2015/16

Dr. Martin Becker

Hinweise für die Klausurteilnehmer

- Die Klausur besteht aus insgesamt 10 Aufgaben. Prüfen Sie die Vollständigkeit Ihres Exemplares nach; spätere Reklamationen können nicht berücksichtigt werden.
- Es sind insgesamt 120 Punkte (= 16 + 12 + 6 + 10 + 12 + 16 + 10 + 13 + 6 + 19) erreichbar.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen: Taschenrechner (auch mit Grafikfähigkeit), 2 selbsterstellte DIN-A4 Blätter bzw. 4 selbsterstellte (einseitige) DIN-A4 Seiten. Benötigte Tabellen zur Normal- und t-Verteilung finden Sie am Ende dieses Klausurheftes.
- Bei der Korrektur werden **nur** die Lösungen auf den Seiten 1–12 berücksichtigt. Das letzte Blatt (Tabellen zur Normal- und t-Verteilung) darf abgetrennt werden.
- Bei mehreren Lösungsvorschlägen muss die gültige Lösung eindeutig gekennzeichnet sein.
- Mit Ausnahme der Multiple-Choice-Aufgaben muss der Lösungsweg klar ersichtlich sein.

Bewertungsteil — Bitte nicht beschreiben							
Aufgabe	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	Σ
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
Σ							

Aufgabe 1 (16 Punkte)

Markieren Sie jeweils mit einem Kreuz pro Aussage im betreffenden Kästchen, ob die unten stehenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Richtige Antworten geben 2 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aussagen 0 Punkte (Aussagen mit zwei Kreuzen zählen als nicht bearbeitet!).

		wahr	falsch
1.	Zufallsstichproben zu einer normalverteilen Zufallsvariablen Y sind stets einfache (Zufalls-)Stichproben.	☐	■
2.	Setzt man den aus einer Realisation $x_1, \ldots, x_n$ einer einfachen Stichprobe nach der Momentenmethode erhaltenen Parameterschätzwert in die zugehörige Likelihoodfunktion ein, so ist der erhaltene Wert stets kleiner als das Maximum der Likelihoodfunktion, welches bei Einsetzen des nach der ML-Methode erhaltenen Schätzwerts angenommen wird.	☐	■
3.	Im quadratischen Mittel für einen Parameter θ konsistente Schätzfunktionen sind nie erwartungstreu für θ.	☐	■
4.	Je größer der p-Wert beim rechtsseitigen Gauß-Test für den Erwartungswert bei bekannter Varianz ist, umso kleiner ist die Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art.	☐	■
5.	Gilt für den p-Wert bei Anwendung eines linksseitigen t-Tests für den Erwartungswert $p \leq 0.05$, so ist die Differenz $\mu - \mu_0$ zwischen dem wahren Erwartungswert μ und μ_0 signifikant niedriger als 0.05.	☐	■
6.	Nimmt ein zweiseitiger Gauß-Test mit $H_0 : \mu = \mu_0$ die Nullhypothese H_0 zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.10$ an, so entscheidet höchstens einer der beiden einseitigen Tests mit $H_0 : \mu \leq \mu_0$ bzw. $H_0 : \mu \geq \mu_0$ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ ebenfalls zu Gunsten der Nullhypothese H_0.	☐	■
7.	Die Teststatistik der einfachen Varianzanalyse kann wegen der Gültigkeit der Streuungszerlegung $SS = SB + SW$ auch berechnet werden, wenn als Stichprobeninformation (neben den Einzelstichprobenumfängen $n_1, \ldots, n_k$) nur die Stichprobenvarianzen $S_1^2, \ldots, S_k^2$ aus den Einzelstichproben sowie S^2 aus der Gesamtstichprobe zur Verfügung stehen.	■	☐
8.	Im einfachen linearen Regressionsmodell $y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i, \quad u_i \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2),$ sind die Kleinst-Quadrate-Schätzfunktionen $\widehat{\beta}_1$ und $\widehat{\beta}_2$ stets normalverteilt.	■	☐

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Markieren Sie jeweils die korrekte Antwort mit einem Kreuz im betreffenden Kästchen. Es ist jeweils genau ein Kreuz korrekt.
Richtige Antworten geben 3 Punkte, falsche Antworten und nicht bearbeitete Aufgabenteile 0 Punkte (Aufgabenteile mit mehr als einem Kreuz zählen als nicht bearbeitet!).

1. Es sei $X_1, \ldots, X_{16}$ eine einfache Stichprobe vom Umfang 16 zu Y mit $Y \sim N(100, 16^2)$. Dann gilt für die Verteilung von $\overline{X} = \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16} X_i$:

   (a) $\overline{X} \sim N\left(100, 64^2\right)$ ☐

   (b) $\overline{X} \sim N\left(100, 1^2\right)$ ☐

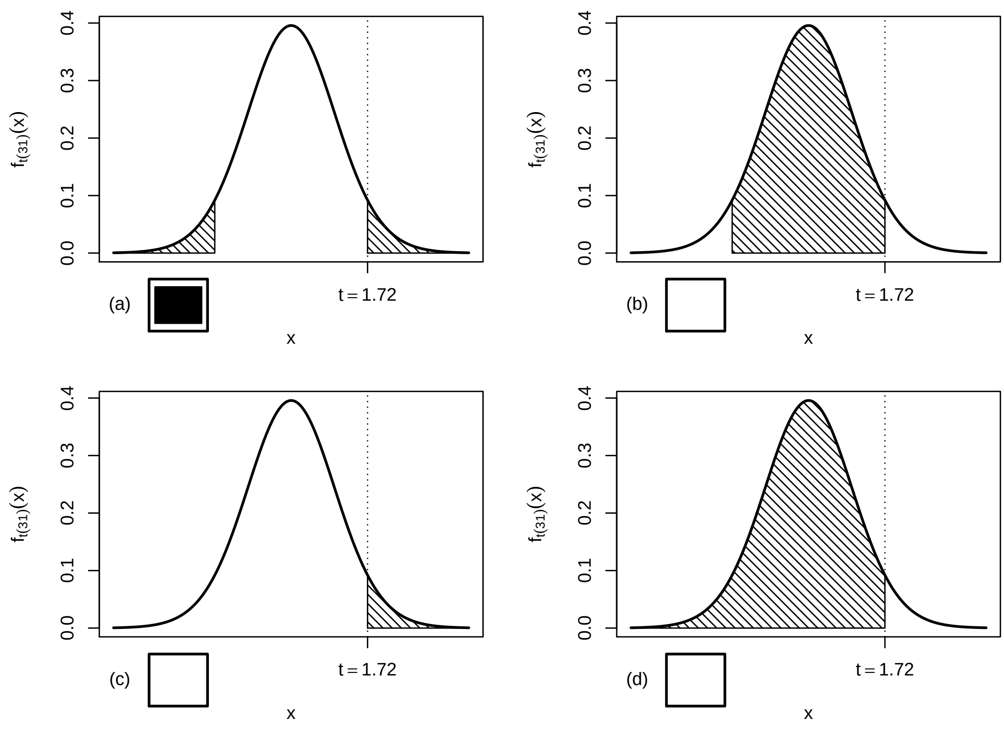
   (c) $\overline{X} \sim N\left(100, 16^2\right)$ ☐

   (d) $\overline{X} \sim N\left(100, 4^2\right)$ ■

2. Sei $X_1, \ldots, X_{32}$ eine einfache Stichprobe zu einer $N(\mu, \sigma^2)$-verteilten Zufallsvariablen Y mit unbekannten Parametern μ und σ^2. Auf der Grundlage einer Stichprobenrealisation zu dieser einfachen Stichprobe vom Umfang $n = 32$ soll

$$H_0 : \mu = \mu_0 = 20 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu \neq \mu_0 = 20$$

   mit einem t-Test getestet werden. Als realisierte Teststatistik erhält man $t = 1.72$. Markieren Sie die Abbildung, welche den p-Wert in der beschriebenen Situation korrekt als Inhalt der schraffierten Fläche unter der Dichtefunktion der Verteilung der Teststatistik unter H_0 (für $\mu = \mu_0$) darstellt.



3. Wird die Teststatistik der einfachen Varianzanalyse als Quotient mit dem Zähler $SB/(k-1)$ und dem Nenner $SW/(n-k)$ notiert und bezeichnet σ^2 die Varianz der Zufallsvariablen $Y_1, \ldots, Y_k$, so

   (a) sind Zähler und Nenner stets sinnvolle Schätzer für σ^2.

   (b) ist der Zähler nur unter H_0, der Nenner stets ein sinnvoller Schätzer für σ^2.

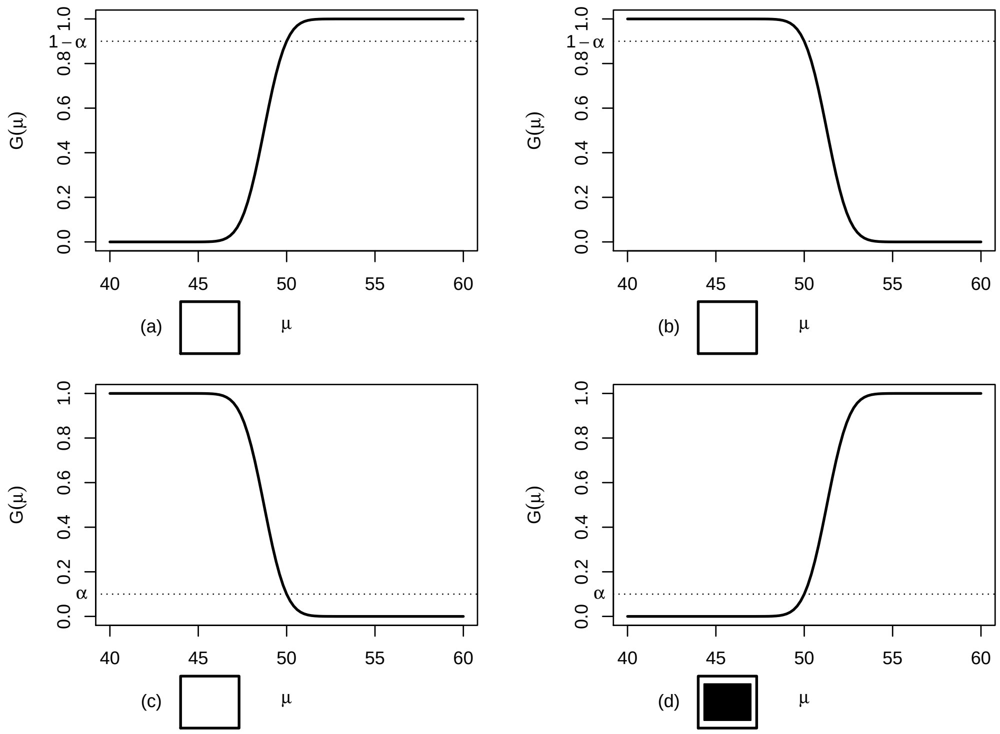
   (c) ist der Zähler stets, der Nenner nur unter H_0 ein sinnvoller Schätzer für σ^2.

   (d) sind Zähler und Nenner nur unter H_0 sinnvolle Schätzer für σ^2.

4. Auf der Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_{25}$ vom Umfang $n = 25$ zu einer $N(\mu, 5^2)$-verteilten Zufallsvariablen wird ein Gauß-Test zur Überprüfung der Hypothesen

$$H_0 : \mu \leq 50 \qquad \text{gegen} \qquad H_1 : \mu > 50$$

bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0.1$ betrachtet.
Markieren Sie die Abbildung, welche die Gütefunktion des oben genannten Tests korrekt darstellt.



Aufgabe 3 (6 Punkte)

Wird die Alternativverteilung mit Parameter p als (allgemeine) diskrete Verteilung mit den beiden Trägerpunkten $a_1 = 0$ (mit Punktwahrscheinlichkeit $1 - p$) und $a_2 = 1$ (mit Punktwahrscheinlichkeit p) aufgefasst, so kann statt des approximativen Gauß-Tests mit der Nullhypothese $H_0 : p = p_0$ und der Alternative $H_1 : p \neq p_0$ offensichtlich auch ein Chi-Quadrat-Anpassungstests mit $p^0 = (1 - p_0, p_0)$ durchgeführt werden.
Zeigen Sie, dass zwischen den beiden Teststatistiken χ^2 des Chi-Quadrat-Anpassungstests und N des approximativen Gauß-Tests die Beziehung

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{2} \frac{(n_i - np_i^0)^2}{np_i^0} \overset{!}{=} \frac{(\widehat{p} - p_0)^2}{p_0 \cdot (1 - p_0)} \cdot n = N^2$$

gilt.

Hinweis:
Sind in einer einfachen Stichprobe vom Umfang n insgesamt n_1 Misserfolge („Nullen") und n_2 Erfolge („Einsen") enthalten, so gilt offensichtlich $\widehat{p} = \frac{n_2}{n}$ sowie $n_2 = n - n_1$.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

Summe auf Hauptnenner bringen, die beiden Hinweise verwenden, zusammenfassen.

Aufgabe 4 (3 + 1 + 6 = 10 Punkte)

Die Verteilung einer Zufallsvariablen Y sei in Abhängigkeit des unbekannten Parameters $b > 0$ durch die folgende Dichtefunktion gegeben:

$$f_Y(y|b) = \begin{cases} 24 \cdot b^{-3} \cdot y^2 & \text{für } 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \cdot b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Parameter b soll auf Grundlage einer einfachen Stichprobe $X_1, \ldots, X_n$ vom Umfang n geschätzt werden.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{E}(Y) = \dfrac{3}{8} \cdot b$ gilt.

(b) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{b}_{MM}$ nach der Methode der Momente.

(c) Bestimmen Sie den Schätzer $\widehat{b}_{ML}$ nach der Maximum-Likelihood-Methode.

Hinweise:

- *Beachten Sie, dass Sie die Teile (b) und (c) auch ohne die Bearbeitung von Teil (a) lösen können.*
- *Falls sich der ML-Schätzer als lokale Extremstelle einer differenzierbaren Funktion bestimmen lässt, muss* **nicht** *überprüft werden (z.B. mit Hilfe der 2. Ableitung), ob tatsächlich eine Maximalstelle vorliegt.*

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) Nachweis durch Berechnung des Erwartungswerts

(b) $\widehat{b}_{MM} = \dfrac{8}{3} \cdot \overline{x}$

(c) $\widehat{b}_{ML} = 2 \cdot \max\{x_1, \ldots, x_n\}$

Aufgabe 5 (7 + 2 + 3 = 12 Punkte)

Bei der Abfüllung von Spaghetti weiß der Hersteller aus langjähriger Erfahrung, dass die verwendete Maschine eine Standardabweichung von $2[g]$ für die abgefüllte Menge hat. Nach einer routinemäßigen Überprüfung hat der Hersteller den Verdacht, dass die Abfüllanlage im Mittel weniger als die auf dem Produkt ausgezeichneten $500[g]$ in die Packungen einfüllt. Dies soll mit einem statistischen Test überprüft werden. Hierzu werden der Produktion 25 Packungen entnommen, deren gemessene Füllmengen $x_1, \ldots, x_{25}$ als Realisation einer einfachen Stichprobe vom Umfang 25 zur annahmegemäß $N(\mu, 2^2[g^2])$-verteilten Abfüllmenge betrachtet werden können. Als Stichprobenmittelwert ergibt sich dabei

$$\overline{x} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} x_i = 499.315[g] \ .$$

(a) Testen Sie zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob der Verdacht der Herstellerfirma bestätigt werden kann. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Berechnen Sie den p-Wert zum Test aus Teil (a).

(c) Geben Sie auf Basis der Stichprobenrealisation ein zweiseitiges Konfidenzintervall für die mittlere Abfüllmenge zur Sicherheitswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.99$(!) an.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $N = -1.713 \in (-\infty, -1.645) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test bestätigt also den Verdacht der Herstellerfirma, dass die von der Maschine abgefüllte Menge im Mittel zu niedrig ist.

(b) $p = 0.0436$

(c) Realisiertes symm. Konfidenzintervall zum Konf.-niveau $1-\alpha = 0.99$: $[498.285, 500.345]$

Aufgabe 6 (9 + 7 = 16 Punkte)

Ein Hersteller von Metallwaren produziert unter anderem Schrauben mit einer Soll-Länge von 7 [cm]. Es soll angenommen werden, dass die Länge der hergestellten Schrauben gemäß einer Normalverteilung mit unbekanntem Erwartungswert und unbekannter Varianz schwankt. Zur Überprüfung der Qualität der produzierten Schrauben werden 9 Schrauben aus dem laufenden Produktionsprozess entnommen. Die gemessenen Längen

$$7.018, 7.128, 6.976, 7.063, 7.034, 6.912, 7.002, 7.076, 6.991$$

seien als Realisation einer einfachen Stichprobe zur normalverteilten Grundgesamtheit aufzufassen. Aus dieser Realisation wurde bereits $s^2 = 0.003946$ berechnet.

(a) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die tatsächliche mittlere Länge der produzierten Schrauben von der angegebenen Soll-Länge von 7 [cm] abweicht. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

(b) Überprüfen Sie mit einem geeigneten Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob die Varianz der Länge der produzierten Schrauben im Vergleich zur vom Hersteller angegebenen Toleranz $\sigma_0^2 = 0.0016$ zu groß ist. Fassen Sie das Ergebnis des Tests in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie für Teil (b) den folgenden Tabellenausschnitt mit p-Quantilen von $\chi^2(n)$-Verteilungen

$n \backslash p$	0.01	0.025	0.05	0.50	0.90	0.95	0.975	0.99
6	0.872	1.237	1.635	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	1.690	2.167	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.180	2.733	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	2.700	3.325	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.247	3.940	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $t = 1.051 \notin (-\infty, -2.306) \cup (2.306, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird nicht abgelehnt!

Der Test kann also die Vermutung, dass die mittlere Länge der produzierten Schrauben von der angegebenen Soll-Länge von 7 [cm] abweicht, nicht bestätigen.

(b) $\chi^2 = 19.73 \in (15.507, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!

Der Test kann also die Vermutung, dass die Varianz der Länge der produzierten Schrauben im Vergleich zur vom Hersteller angegebenen Toleranz $\sigma_0^2 = 0.0016$ zu groß ist, bestätigen.

Aufgabe 7 (10 Punkte)

Zwei unterschiedlichen Gruppen mit 75 (Gruppe A) bzw. 67 (Gruppe B) Blutdruckpatienten wird jeweils ein spezieller Blutdrucksenker verabreicht. Nach einer festgelegten Zeit werden dann alle Blutdruckpatienten gefragt, ob durch das verabreichte Medikament eine blutdrucksenkende Wirkung eingetreten ist. In der Gruppe der Blutdruckpatienten, denen Blutdrucksenker A verabreicht wurde, beantworten 45 Personen diese Frage positiv, in der zu Blutdrucksenker B gehörigen Gruppe 51 Personen. Überprüfen Sie unter der Annahme, dass es sich bei dem Stichprobenergebnis um die Realisation zweier unabhängiger einfacher Stichproben handelt, zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob Blutdrucksenker B besser wirkt als Blutdrucksenker A (bezogen auf die Erfolgswahrscheinlichkeit für eine blutdrucksenkende Wirkung). Formulieren Sie das Ergebnis auch in Form eines Antwortsatzes.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

$t = -2.0653 \in (-\infty, -1.656) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!
Der Test findet also Anzeichen dafür, dass Blutdrucksenker B besser wirkt als Blutdrucksenker A.

Aufgabe 8 (13 Punkte)

Um zu überprüfen, ob die Anzahl der bearbeiteten Zusatzübungsblätter einen Einfluss auf die Leistung in der schriftlichen Prüfung hat, wurden die Prüflinge einer Statistik-Klausur im Wintersemester 2014/15 in 3 Gruppen eingeteilt (Gruppe 1: kein Zusatzblatt bearbeitet, Gruppe 2: ein Zusatzblatt bearbeitet, Gruppe 3: beide Zusatzblätter bearbeitet). Aus den erreichten Punktzahlen der entsprechenden Klausur wurden auf Basis dieser Einteilung die folgenden Daten aggregiert:

j (Gruppe)	n_j	$\overline{x}_j = \frac{1}{n_j}\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}$	$\sum_{i=1}^{n_j} x_{j,i}^2$
1	89	83.517	656703.00
2	17	89.235	140037.00
3	55	100.045	563757.25

Für die Durchführung der einfachen Varianzanalyse wurde hieraus bereits die Größe $SW = 53850.143$ berechnet.
Überprüfen Sie mit einer einfachen Varianzanalyse (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$) unter der Annahme, dass die erreichten Punktzahlen Realisierungen von unabhängig $N(\mu_j, \sigma^2)$-verteilten Zufallsvariablen $X_{j,i} (1 \leq j \leq 3, 1 \leq i \leq n_j)$ sind, ob die Anzahl der bearbeiteten Zusatzblätter einen Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat. Fassen Sie das Ergebnis der Varianzanalyse auch in einem Antwortsatz zusammen.

Hinweis: Verwenden Sie den folgenden Tabellenausschnitt mit 0.95*-Quantilen von* $F(m, n)$*-Verteilungen:*

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	155	156	157	158	159
1	161.448	199.500	215.707	224.583	230.162	253.492	253.497	253.503	253.508	253.513
2	18.513	19.000	19.164	19.247	19.296	19.489	19.489	19.489	19.489	19.489
3	10.128	9.552	9.277	9.117	9.013	8.544	8.544	8.544	8.544	8.544
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	5.651	5.651	5.651	5.651	5.651
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.391	4.391	4.391	4.390	4.390
155	3.902	3.054	2.663	2.430	2.273	1.303	1.303	1.303	1.302	1.302
156	3.902	3.054	2.663	2.430	2.272	1.303	1.302	1.302	1.301	1.301
157	3.901	3.054	2.662	2.429	2.272	1.302	1.302	1.301	1.301	1.300
158	3.901	3.053	2.662	2.429	2.271	1.302	1.301	1.301	1.300	1.300
159	3.901	3.053	2.661	2.429	2.271	1.301	1.300	1.300	1.300	1.299

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

$F = 13.631 \in (3.053, +\infty) = K \quad \Rightarrow \quad H_0$ wird abgelehnt!
Die einfache Varianzanalyse kommt also zum Ergebnis, dass die Anzahl der bearbeiteten Zusatzblätter einen signifikanten ($\alpha = 0.05$) Einfluss auf die (mittlere) erreichte Punktzahl hat.

Aufgabe 9 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6 Punkte)

Zur Erklärung der Höhe der laufenden Grundmittel an deutschen Hochschulen y_i (in Millionen Euro) durch die Anzahl von Studierenden an deutschen Hochschulen x_i (in Millionen) unterstellt man die Gültigkeit eines Zusammenhangs im Sinne des folgenden linearen Modells:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \; i \in \{1, \ldots, n\}$$

Aus vorliegenden Daten zu den Jahren 2008–2013 wurde das lineare Modell mit der Statistik-Software R wie folgt geschätzt:

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
       1        2        3        4        5        6
-223.594   -8.204  222.692    7.144   76.020  -74.059

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   3801.3      950.5   3.999 0.016138 *
x             5358.6      449.1  11.933 0.000283 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 166.6 on 4 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9727,       Adjusted R-squared:  0.9658
F-statistic: 142.4 on 1 and 4 DF,  p-value: 0.0002826
```

(a) Geben Sie die realisierten Kleinst-Quadrate-Schätzwerte für β_1 und β_2 an.

(b) Geben Sie den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(c) Welcher Anteil der Gesamtvarianz der Höhe der laufenden Grundmittel an deutschen Hochschulen wird durch das lineare Modell erklärt?

(d) Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p-Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$, ob β_1 signifikant positiv ist.

(e) Entscheiden Sie mit Hilfe des zugehörigen p-Werts zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, ob β_2 signifikant von Null verschieden ist.

(f) Welche Höhe der laufenden Grundmittel (in Millionen Euro) prognostiziert das Modell für ein Jahr mit einer Studierendenanzahl von 2.4 (in Millionen)?

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = 3801.2802$, $\widehat{\beta}_2 = 5358.5812$

(b) $\widehat{\sigma^2} = 27755.56$

(c) 0.97268

(d) β_1 ist signifikant positiv.

(e) β_2 ist signifikant von Null verschieden.

(f) 16661.8751

Aufgabe 10 (6 + 2 + 3 + 3 + 5 = 19 Punkte)

Zur Schätzung eines einfachen linearen Regressionsmodells

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot x_i + u_i \qquad \text{mit} \quad u_i \overset{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma^2), \quad i \in \{1, \ldots, n\}$$

aus einer Stichprobe vom Umfang $n = 20$ wurden bereits die folgenden Zwischenwerte errechnet:

$$\sum_{i=1}^{20} y_i = 65.443; \quad \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 424.152; \quad \sum_{i=1}^{20} x_i = 121.795;$$

$$\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 779.684; \quad \sum_{i=1}^{20} x_i \cdot y_i = 336.339$$

(a) Schätzen Sie β_1 und β_2 mit Hilfe der Kleinst-Quadrate-Methode.

(b) Geben Sie mit Hilfe der bekannten erwartungstreuen Schätzfunktion für σ^2 den realisierten Schätzwert für σ^2 an.

(c) Berechnen Sie $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1}$ und $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2}$.

(d) Geben Sie ein symmetrisches Konfidenzintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.95$ für β_1 an.

(e) Geben Sie ein Prognoseintervall zur Vertrauenswahrscheinlichkeit $1 - \alpha = 0.90$ für y_0 gegeben $x_0 = 4$ an.

Ergebnisse (ohne Begründung/Rechenweg):

(a) $\widehat{\beta}_1 = 13.2479$, $\widehat{\beta}_2 = -1.6381$

(b) $\widehat{\sigma}^2 = 6.0065$

(c) $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_1} = 6.1669$, $\widehat{\sigma^2}_{\widehat{\beta}_2} = 0.15819$

(d) $[8.03, 18.465]$

(e) $[2.109, 11.282]$